УДК 517.5-514.17

Исследование револьвентных кривых Δ-механизмов

А.А.Лигун, А.А.Шумейко, С.В.Тимченко

При исследовании кулачковых механизмов принято выделять два класса задач. Первый класс составляют задачи анализа, второй – задачи синтеза.

В нашем случае под задачей анализа будем понимать описание и исследование свойств револьвентных кривых Δ-механизмов. Под задачей синтеза будем понимать конструирование механизма с наперед заданной револьвентой.

В данной работе даются необходимые и достаточные условия того, чтобы кривая была револьвентой некоторого Δ-механизма и если кривая является револьвентой, то для нее решается задача синтеза.

Определения. Для замкнутой ограниченной кривой Γ и фиксированного числа a определим равносторонний треугольник со стороной a. Будем говорить, что выпуклая кривая Γ есть Δ-кривая, если при любом повороте она вписывается в равносторонний треугольник со стороной a (то есть, будет иметь три точки касания со сторонами треугольника).

Выберем на плоскости (неподвижной плоскости) точку M^* и будем вращать Δ-кривую вокруг этой точки. При этом для каждого угла поворота φ найдется равносторонний треугольник, описанный вокруг данной Δ-кривой с основанием параллельным оси OX и длинами сторон a. С каждым таким треугольником свяжем плоскость (подвижную), в которой его вершины имеют координаты $(a/2, -a/2\sqrt{3})$,$(-a/2, -a/2\sqrt{3})$, $(0, a/\sqrt{3})$.

Для каждого фиксированного φ через $(x(\varphi), y(\varphi))$ обозначим координаты точки, имеющей в подвижной плоскости координаты (x_0, y_0).

Для всех φ геометрическое место всех точек $M(x(\varphi), y(\varphi))$ на неподвижной плоскости будем называть R_Δ-револьвентой $R(\Gamma, M^*, \varphi)$ (см. рис.!!).

Зафиксируем на плоскости равносторонний треугольник ABC со сторонами равными a и через φ обозначим угол наклона вектора AC к положительному направлению оси OX. Будем говорить, что данному треугольнику соответствует направление φ.

Для любой гладкой Δ-кривой существует один и только один равносторонний треугольник со стороной a и напревлением φ, описанный вокруг кривой Γ. С каждым таким треугольником свяжем плоскость (подвижную), в которой вершины этого треугольника имеют координаты $(a/2, -a/2\sqrt{3})$, $(a/2, -a/2\sqrt{3})$, $(0, a/\sqrt{3})$. На неподвижной плоскости для каждого φ зафиксируем точку $M(x(\varphi), y(\varphi))$, которая в подвижной плоскости имеет координаты (x_0, y_0).

При всех φ геометрическое место точек $M(x(\varphi), y(\varphi))$ на неподвижной плоскости будем называть r_Δ-револьвентой и обозначать $r(\Gamma, \varphi)$ (см. рис.!!).

Рассмотрим еще одно понятие ρ_Δ–револьвенты. Выберем на плоскости произвольную точку и повернем вокруг этой точки на угол φ Δ-кривую Γ. Если Γ_φ–результат такого поворота, то для любого значения угла φ найдется вектор l такой, что кривая $\Gamma_\varphi + l$ будет вписана в треугольник с вершинами $(a/2, -a/2\sqrt{3})$, $(-a/2, -a/2\sqrt{3})$, $(0, a/\sqrt{3})$. При этом на вектор l смещается вся плоскость (подвижная), в которой лежит кривая Г.На этой плоскости выберем точку $M_0(x_0, y_0)$. Через $M(x(\varphi), y(\varphi))$ обозначим координаты этой точки на неподвижной плоскости.

Для всех φ геометрическое место точек $M(x(\varphi), y(\varphi))$ на неподвижной плоскости и будем называть ρ_Δ-револьвентой Δ-кривой Γ и обозначать $\rho(\Gamma)$.

Вспомогательные сведения. Далее приведем некоторые необходимые нам понятия и результаты из геометрии выпуклых кривых (см.[4]).

В работе [4] было доказано, что для того, чтобы замкнутая кривая Γ была гладкая и строго выпуклая, необходимо и достаточно, чтобы она была представима в виде

$$\begin{cases} x(\varphi) \\ \\ y(\varphi) \end{cases} = \begin{cases} -\theta(\varphi)\sin\varphi - \theta'(\varphi)\cos\varphi, \\ \\ \theta(\varphi)\cos\varphi - \theta'(\varphi)\sin\varphi, \end{cases} \tag{1}$$

где $\theta(\varphi)$ есть гладкая 2π–периодическая функция такая, что $\theta''(\varphi)$ существует почти всюду на периоде и при этом почти всюду выполняется неравенство

$$\theta(\varphi) + \theta''(\varphi) > 0 \quad (\varphi \in [0, 2\pi]). \tag{2}$$

Функция $\theta(\varphi)$ есть опорная функция кривой Γ.

Отметим некоторые, необходимые нам свойства выпуклых кривых, полученые в работе [4].

1. Касательная кривой Γ в точке $\Gamma(\varphi)$ описывается уравнением

$$x\sin\varphi - y\cos\varphi + \theta(\varphi) = 0. \tag{3}$$

2. Если

$$\theta(\varphi) = \theta_1(\varphi) + x_0\sin\varphi - y_0\cos\varphi$$

то

$$x(\theta, \varphi) = x(\theta_1, \varphi) - x_0, \quad y(\theta, \varphi) = y(\theta_1, \varphi) - y_0.$$

3. Пусть Γ_ε^+–внешняя ε–эквидистанта кривой Γ (см.[3]), тогда

$$\Gamma_\varepsilon^+(\theta, \varphi) = \Gamma(\theta + \varepsilon, \varphi)$$

при любом $\varepsilon > 0$.

4. Любая выпуклая Δ-кривая Γ (см.[5]) представима в виде (1), где функция $\theta(\varphi)$ удовлетворяет условию (2) и имеет следующее разложение в ряд Фурье

$$\theta(\varphi) = \frac{a\sqrt{3}}{3} + \sum_{k=1}^{\infty} \rho_{3k+1} \cdot \cos((3k+1)\varphi + \varphi_{3k+1}) +$$

$$+ \sum_{k=1}^{\infty} \rho_{3k-1} \cdot \cos((3k-1)\varphi + \varphi_{3k-1}). \tag{4}$$

R_Δ**-Револьвенты.** Повернем Δ-кривую Γ на угол φ вокруг точки $M^*(x^*, y^*)$. Тогда координаты одной из вершин равностороннего треугольника (вершины B) со стороной a и основанием параллельным оси OX, описанного вокруг данной Δ-кривой на неподвижной плоскости будут такими

$$\begin{cases} x_B \\ y_B \end{cases} = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\theta\left(\varphi - \frac{2\pi}{3}\right) - \theta\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}\right)\right) + x^* \sin\varphi + y^* \cos\varphi, \\ -\left(\theta\left(\varphi - \frac{2\pi}{3}\right) + \theta\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}\right)\right) + x^* \cos\varphi - y^* \sin\varphi. \end{cases}$$

На неподвижной плоскости начало координат обозначим через $O(0,0)$. Тогда начало координат подвижной плоскости на неподвижной плоскости точку $(x^0(\varphi), y^0(\varphi))$ определим как разность между координатами точки B в неподвижной и подвижной плоскостях соответственно, то есть

$$\begin{cases} x^0(\varphi) \\ y^0(\varphi) \end{cases} = \begin{cases} -\frac{1}{\sqrt{3}} \left(\theta\left(-\frac{2\pi}{3}\right) - \theta\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right) - y^* + \\ +\frac{1}{\sqrt{3}} \left(\theta\left(\varphi - \frac{2\pi}{3}\right) - \theta\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}\right)\right) + x^* \sin\varphi + y^* \cos\varphi, \\ \\ \theta\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + \theta\left(\frac{2\pi}{3}\right) - x^* - \\ -\theta\left(\varphi - \frac{2\pi}{3}\right) - \theta\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}\right) + x^* \cos\varphi - y^* \sin\varphi. \end{cases}$$

Пусть $M_0(x_0, y_0)$–точка подвижной плоскости, имеющая в неподвижной плоскости координаты $(x(\varphi), y(\varphi))$. Согласно определению, данному выше, для каждого фиксированного угла φ точка R_Δ-револьвенты определяется равенством

$$
\begin{cases} x(\varphi) \\ \\ y(\varphi) \end{cases} = \begin{cases} x_0 - y^* - \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\theta\left(-\frac{2\pi}{3}\right) - \theta\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right) + \\ +\frac{1}{\sqrt{3}}\left(\theta\left(\varphi-\frac{2\pi}{3}\right) - \theta\left(\varphi+\frac{2\pi}{3}\right)\right) + x^*\sin\varphi + y^*\cos\varphi, \\ \\ y_0 - x^* + \theta\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + \theta\left(\frac{2\pi}{3}\right) - \\ -\theta\left(\varphi-\frac{2\pi}{3}\right) - \theta\left(\varphi+\frac{2\pi}{3}\right) + x^*\cos\varphi - y^*\sin\varphi \end{cases}. \tag{5}
$$

Так как Γ есть Δ-кривая, то для ее опорной функции $\theta(\varphi)$ условие (4) эквивалентно условию

$$
\theta(\varphi) + \theta\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}\right) + \theta\left(\varphi - \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{a\sqrt{3}}{2} \tag{6}
$$

что эквивалентно условию(4).

Используя ряды Фурье, нетрудно показать, что для того, чтобы выполнялось условие (6) необходимо и достаточно, чтобы функция $\theta(\varphi)$ была представима в виде

$$
\theta(\varphi) = \frac{a\sqrt{3}}{6} + \frac{1}{3}\left(2f(\varphi) - f\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}\right) - f\left(\varphi - \frac{2\pi}{3}\right)\right),
$$

где $f(\varphi)$ есть 2π-периодическая функция.

Отсюда и из соотношения (5) следует, что все револьвенты любой Δ-кривой Γ имеют вид

$$
\begin{cases} x(\varphi) \\ \\ y(\varphi) \end{cases} = \begin{cases} x_0 - y^* - \frac{1}{\sqrt{3}}\left(f\left(-\frac{2\pi}{3}\right) - f\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right) + \\ +\frac{1}{\sqrt{3}}\left(f\left(\varphi-\frac{2\pi}{3}\right) - f\left(\varphi+\frac{2\pi}{3}\right)\right) + x^*\sin\varphi + y^*\cos\varphi, \\ \\ y_0 - x^* - \frac{1}{3}\left(2f(0) - f\left(-\frac{2\pi}{3}\right) - f\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right) + \\ +\frac{1}{3}\left(2f(\varphi) - f\left(\varphi-\frac{2\pi}{3}\right) - f\left(\varphi+\frac{2\pi}{3}\right)\right) + x^*\cos\varphi - y^*\sin\varphi, \end{cases} \tag{7}
$$

где $f(\varphi)$ есть 2π–периодическая функция такая, что

$$
\begin{gathered}
\frac{a\sqrt{3}}{6} + \frac{1}{3}\left(2f(\varphi) - f\left(\varphi - \frac{2\pi}{3}\right) - f\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}\right)\right) + \\
+\frac{1}{3}\left(2f''(\varphi) - f''\left(\varphi - \frac{2\pi}{3}\right) - f''\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}\right)\right) > 0.
\end{gathered}
$$

Отсюда,в частности следует, что если величина $\theta(\varphi)$ изменится на константу, то револьвента изменяется лишь на параллельный сдвиг.

Таким образом получили следующее утверждение:

Любая R_Δ-револьвента Δ-кривой имеет вид

$$\begin{cases} x(\varphi) \\ y(\varphi) \end{cases} = \begin{cases} A + \frac{1}{\sqrt{3}}\left(f\left(\varphi - \frac{2\pi}{3}\right) - f\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}\right)\right), \\ B + \frac{1}{3}\left(2f(\varphi) - f\left(\varphi - \frac{2\pi}{3}\right) - f\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}\right)\right), \end{cases} \tag{8}$$

где $f(\varphi)$ есть 2π–периодическая функция, A и B произвольные постоянные.

Ясно, что если кривая Γ гладкая, то функция $f(\varphi)$ будет дважды непрерывно дифференцируема.

Покажем, что для любой кривой вида (8) (с условиями гладкости на функцию $f(\varphi)$) можно построить Δ-механизм, для которого эта кривая будет R_Δ-револьвентой.

Выберем функцию $\theta(\varphi)$ следующим образом

$$\theta(\varphi) = \frac{a\sqrt{3}}{6} + \frac{1}{3}\left(2f(\varphi) - f\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}\right) - f\left(\varphi - \frac{2\pi}{3}\right)\right), \tag{9}$$

где a любое число удовлетворяющее условию

$$a > -\frac{2}{\sqrt{3}}\left(2f(\varphi) - f\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}\right) - f\left(\varphi - \frac{2\pi}{3}\right) + \right.$$
$$\left. + 2f''(\varphi) - f''\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}\right) - f''\left(\varphi - \frac{2\pi}{3}\right)\right). \tag{10}$$

Пусть

$$a_1 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(\varphi)\cos\varphi d\varphi,$$

$$b_1 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(\varphi)\sin\varphi d\varphi$$

–первые коэффициенты Фурье функции $f(\varphi)$.

Через M^* обозначим точку с координатами

$$x^* = a_1, \quad y^* = -b_1. \tag{11}$$

Кроме того, точку $M_0(x_0, y_0)$ определим соотношениями

$$\begin{cases} x_0 \\ y_0 \end{cases} = \begin{cases} A + y^* + \frac{1}{\sqrt{3}}\left(f\left(-\frac{2\pi}{3}\right) - f\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right), \\ B + x^* + \frac{1}{3}\left(2f(0) - f\left(-\frac{2\pi}{3}\right) - f\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right). \end{cases} \tag{12}$$

Выбирая в качестве точки вращения точку M^* с координатами (11), координаты точки M_0 из равенств (12), Δ-кривую Γ,определенную равенствами (12), функцию $\theta(\varphi)$, определяемую равенством (9), получим решение задачи синтеза для Δ-механизмов.

Данное решение не является единственным, так как существует семейство кривых (которые являются эквидистантами друг для друга), порождающих одну и ту же револьвенту. На практике выбирают механизмы с минимальными габаритами. Для того чтобы определить минимальные габариты механизма достаточно выбрать параметр a из условия

$$a = \frac{2}{\sqrt{3}} \max_{\varphi\in[0,2\pi]} \left\{ 2f(\varphi) - f\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}\right) - f\left(\varphi - \frac{2\pi}{3}\right) + \right.$$

$$\left. +2f''(\varphi) - f''\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}\right) - f''\left(\varphi - \frac{2\pi}{3}\right) \right\}.$$

Заметим, что мы изучаем все R_Δ-револьвенты, изучая кривые вида (8).

r_Δ-револьвенты. Зафиксируем Δ-кривую Γ, а равносторонний треугольник, описанный вокруг этой кривой повернем на угол φ. Тогда одна из вершин (вершина B) треугольника будет определяться равенствами

$$\left\{ \begin{array}{l} x_B \\ \\ y_B \end{array} \right. = \left\{ \begin{array}{l} -\frac{2}{\sqrt{3}} \left[\theta\left(\varphi - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}\right) - \theta\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\varphi - \frac{2\pi}{3}\right) \right], \\ \\ -\frac{2}{\sqrt{3}} \left[\theta\left(\varphi - \frac{2\pi}{3}\right) \sin\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}\right) - \theta\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}\right) \sin\left(\varphi - \frac{2\pi}{3}\right) \right]. \end{array} \right.$$

Проводя рассуждения, аналогичные приведенным выше, получаем, что для каждого фиксированного угла φ точка r_Δ-револьвенты определяется равенствами

$$\left\{ \begin{array}{l} x(\varphi) \\ \\ y(\varphi) \end{array} \right. = \left\{ \begin{array}{l} x_0 \cos\varphi - y_0 \sin\varphi + \\ +\frac{2}{\sqrt{3}} \left[\theta\left(-\frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}\right) - \theta\left(\frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\varphi - \frac{2\pi}{3}\right) \right] - \\ -\frac{2}{\sqrt{3}} \left[\theta\left(\varphi - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}\right) - \theta\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\varphi - \frac{2\pi}{3}\right) \right] \\ \\ x_0 \sin\varphi + y_0 \cos\varphi + \\ +\frac{2}{\sqrt{3}} \left[\theta\left(-\frac{2\pi}{3}\right) \sin\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}\right) - \theta\left(\frac{2\pi}{3}\right) \sin\left(\varphi - \frac{2\pi}{3}\right) \right] - \\ -\frac{2}{\sqrt{3}} \left[\theta\left(\varphi - \frac{2\pi}{3}\right) \sin\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}\right) - \theta\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}\right) \sin\left(\varphi - \frac{2\pi}{3}\right) \right]. \end{array} \right.$$

Отсюда и из выражения (6) следует, что для любой Δ-кривой все ее r_Δ-револьвенты имеют вид

$$\begin{cases} x(\varphi) \\ \\ y(\varphi) \end{cases} = \begin{cases} x_0\cos\varphi - y_0\sin\varphi + \\ +\frac{2}{3\sqrt{3}}\left[\left(2f\left(-\frac{2\pi}{3}\right) - f(0) - f\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)\cos\left(\varphi+\frac{2\pi}{3}\right)\right] - \\ -\frac{2}{3\sqrt{3}}\left[\left(2f\left(\frac{2\pi}{3}\right) - f(0) - f\left(-\frac{2\pi}{3}\right)\right)\cos\left(\varphi-\frac{2\pi}{3}\right)\right] - \\ -\frac{2}{3\sqrt{3}}\left[\left(2f\left(\varphi-\frac{2\pi}{3}\right) - f(\varphi) - f\left(\varphi+\frac{2\pi}{3}\right)\right)\cos\left(\varphi+\frac{2\pi}{3}\right)\right] + \\ +\frac{2}{3\sqrt{3}}\left[\left(2f\left(\varphi+\frac{2\pi}{3}\right) - f(\varphi) - f\left(\varphi-\frac{2\pi}{3}\right)\right)\cos\left(\varphi-\frac{2\pi}{3}\right)\right], \\ \\ x_0\sin\varphi + y_0\cos\varphi + \\ +\frac{2}{3\sqrt{3}}\left[\left(2f\left(-\frac{2\pi}{3}\right) - f(0) - f\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)\sin\left(\varphi+\frac{2\pi}{3}\right)\right] - \\ -\frac{2}{3\sqrt{3}}\left[-\left(2f\left(\frac{2\pi}{3}\right) - f(0) - f\left(-\frac{2\pi}{3}\right)\right)\sin\left(\varphi-\frac{2\pi}{3}\right)\right] - \\ -\frac{2}{3\sqrt{3}}\left[\left(2f\left(\varphi-\frac{2\pi}{3}\right) - f(\varphi) - f\left(\varphi+\frac{2\pi}{3}\right)\right)\sin\left(\varphi+\frac{2\pi}{3}\right)\right] + \\ +\frac{2}{3\sqrt{3}}\left[\left(2f\left(\varphi+\frac{2\pi}{3}\right) - f(\varphi) - f\left(\varphi-\frac{2\pi}{3}\right)\right)\sin\left(\varphi-\frac{2\pi}{3}\right)\right], \end{cases}$$

где $f(\varphi)$ есть 2π-периодическая функция такая, что

$$\frac{a\sqrt{3}}{6} + \frac{1}{3}\left(2f(\varphi) - f\left(\varphi-\frac{2\pi}{3}\right) - f\left(\varphi+\frac{2\pi}{3}\right)\right) +$$
$$+\frac{1}{3}\left(2f''(\varphi) - f''\left(\varphi-\frac{2\pi}{3}\right) - f''\left(\varphi+\frac{2\pi}{3}\right)\right) > 0.$$

Рассуждая аналогично тому как это было сделано ранее получаем следующее утверждение

Для того, чтобы кривая $r(\varphi)$ была r_Δ-револьвентой, необходимо и достаточно, чтобы она была представима в виде

$$\begin{cases} x(\varphi) \\ y(\varphi) \end{cases} = \begin{cases} A\cos\varphi - B\sin\varphi + \\ +\frac{2}{3\sqrt{3}}\left(g\left(-\frac{2\pi}{3}\right) - g\left(\varphi - \frac{2\pi}{3}\right)\right)\cos\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}\right) - \\ -\frac{2}{3\sqrt{3}}\left(g\left(\frac{2\pi}{3}\right) - g\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}\right)\right)\cos\left(\varphi - \frac{2\pi}{3}\right), \\ \\ A\sin\varphi + B\cos\varphi + \\ +\frac{2}{3\sqrt{3}}\left(g\left(-\frac{2\pi}{3}\right) - g\left(\varphi - \frac{2\pi}{3}\right)\right)\sin\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}\right) - \\ -\frac{2}{3\sqrt{3}}\left(g\left(\frac{2\pi}{3}\right) - g\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}\right)\right)\sin\left(\varphi - \frac{2\pi}{3}\right), \end{cases}$$

где

$$g(\varphi) = 2f(\varphi) - f\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}\right) - f\left(\varphi - \frac{2\pi}{3}\right),$$

$f(\varphi)$ есть 2π-периодическая функция A, B – постоянные.

Рассмотрим решение задачи синтеза r_Δ-револьвенты.

Для этого функцию $\theta(\varphi)$ определим равенством (9), а величину a из условия (10). Координаты точки M_0 зададим равенствами

$$\begin{cases} x(\varphi) \\ y(\varphi) \end{cases} = \begin{cases} A - \frac{1}{\sqrt{3}}\left(f\left(-\frac{2\pi}{3}\right) - f\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right), \\ B + \frac{1}{3}\left(2f(0) - f\left(-\frac{2\pi}{3}\right) - f\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right). \end{cases}$$

Тогда

$$r(M_0, \varphi) = r(\varphi),$$

что и решает задачу синтеза.

ρ_Δ-револьвенты. Проводя рассуждения, аналогичные предыдущим, можно доказать, что параметрическое уравнение револьвенты, образованной движением точки $M_0(x_0, y_0)$ будет иметь вид

$$\begin{cases} x(\varphi) \\ y(\varphi) \end{cases} = \begin{cases} x_0\cos\varphi + y_0\sin\varphi + \\ +\frac{1}{\sqrt{3}}\left[\theta\left(-\frac{2\pi}{3}\right) - \theta\left(\frac{2\pi}{3}\right) - \theta\left(\varphi - \frac{2\pi}{3}\right) + \theta\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}\right)\right], \\ -x_0\sin\varphi + y_0\cos\varphi - \\ -\theta\left(-\frac{2\pi}{3}\right) - \theta\left(\frac{2\pi}{3}\right) + \theta\left(\varphi - \frac{2\pi}{3}\right) + \theta\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}\right). \end{cases}$$

Кроме того, для того чтобы кривая была ρ_Δ-револьвентой, необходимо и достаточно, чтобы она описывалась уравнениями

$$\begin{cases} x(\varphi) \\ y(\varphi) \end{cases} = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{3}}\left(f\left(\varphi+\frac{2\pi}{3}\right)-f\left(\varphi-\frac{2\pi}{3}\right)\right), \\ \frac{1}{3}\left(2f(\varphi)-f\left(\varphi+\frac{2\pi}{3}\right)-f\left(\varphi-\frac{2\pi}{3}\right)\right), \end{cases}$$

где $f(\varphi)$ – 2π-периодическая функция.

Для решения задачи синтеза необходимо провести следующие построения. Опорную функцию $\theta(\varphi)$ строим по формулам (9) и если a_1, b_1 первые коэффициенты Фурье функции $f(\varphi)$, то координаты образующей точки M_0 определяется равенствами

$$x_0 = a_1, \quad y_0 = -b_1.$$

Хорошо видно, что множество всех R_Δ-револьвент и rho_Δ-револьвент совпадают с точностью до параллельного сдвига.

Список литературы

[1] *Артоболевский И.И., Левитский Н.И., Черкудинов С.А.* Синтез плоских механизмов. М., Физматгиз, 1959, 1084 с.

[2] *Артоболевский И.И.* Теория механизмов и машин. М., Наука, 1988, 640 с.

[3] *Лигун А.А., Шумейко А.А.* Асимптотические методы восстановления кривых. Киев, Изд. Института математики НАН Украины, 1997, 358 с.

[4] *Лигун А.А., Шумейко А.А.* Об описании выпуклых кривых.- Известия Тульского государственного университета. Серия Математика. Механика. Информатика. 1998. Том 4, вып. 3, с. 88-92.

[5] *Лигун А.А., Шумейко А.А.* О геометрических свойствах выпуклых кривых. Тезисы доклада Межгосударственной научно–методической конференции "Компьютерное моделирование". г. Днепродзержинск., 1998г., с.64-65